1. UČENIK UMA DA SASTAVLJA I REŠAVA JEDNAČINE I NEJEDNAČINE I SISTEME LINEARNIH JEDNAČINA SA DVE NEPOZNATE

U prethodnim fajlovima smo rešavali malo složenije jednačine.

Da se podsetimo sada kako se rešavaju nejednačine.

Linearna nejednačina "po x" je nejednačina koja se ekvivaletnim transformacijama može svesti na oblik:

$$ax > b$$
$$ax \geq b$$
$$ax < b$$
$$ax \leq b$$

gde su a i b realni brojevi.

Linearne nejednačine rešavamo slično kao i jednačine koristeći ekvivalentne transformacije. **Važno je reći da se smer nejednakosti menja kada celu jednačinu množimo (ili delimo) negativnim brojem.**

Posmatrajmo na primer dve nejednačine : 2x<10 i -2x<10

$$2x < 10 \qquad x < \frac{10}{2} \qquad x < 5$$

$$-2x < 10$$

Pazi: Delimo sa (-2) pa se smer nejednakosti okreće

$$x > \frac{10}{-2} \qquad x > -5$$

Naravno i ovde se može deliti da nejednačina ima rešenja, nema rešenja ili ih pak ima beskonačno mnogo (u zavisnosti u kom skupu brojeva posmatramo datu nejednačinu)

Primer 1.

Reši nejednačinu: $3(x-2)+9x < 2(x+3)+8$

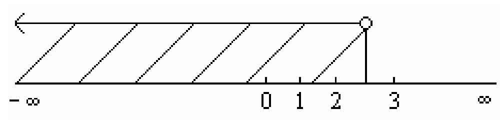
Rešenje: $3(x-2)+9x < 2(x+3)+8$ → oslobodimo se zagrada

$3x-6+9x < 2x+6+8$ → nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu

$$2x+9x-2x < 6+8+6$$
$$9x < 20$$
$$x < \frac{20}{9}$$
$$x < 2\frac{2}{9}$$

Uvek je **"problem" : kako zapisati skup rešenja?**

Možemo zapisati $\{x \in R \mid x < 2\frac{2}{9}\}$ a ako je potrebno to predstaviti i na brojevnoj pravoj:



$$x \in \left(-\infty, 2\frac{2}{9}\right)$$

<u>Pazi:</u>

Kod $+\infty$ i $-\infty$ uvek idu male zagrade ( )
Kod znakova < i > male zagrade i prazan kružić
Kod $\leq$, $\geq$ idu srednje zagrade $[\ ]$ i pun kružić

Male zagrade nam govore da ti brojevi nisu u skupu rešenja, dok $[,]$ govore da su i ti brojevi u rešenju.

Primer 2.

Reši nejednačinu: $\dfrac{2a+1}{3} - \dfrac{3a-2}{2} \geq -1$

Rešenje:

$$\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -\frac{1}{1}$$

$$\frac{2a+1^{(*2}}{3} - \frac{3a-2^{(*3}}{2} \geq -\frac{1^{(*6}}{1} \quad \rightarrow \text{celu nejednačinu pomnožimo sa 6 (NZS za 3 i 2)}$$

$$2(2a+1) - 3(3a-2) \geq -6$$

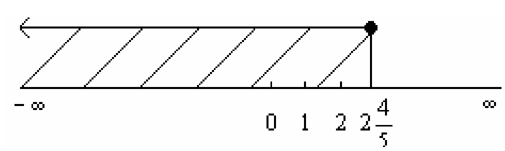
$$4a + 2 - 9a + 6 \geq -6$$

$$4a - 9a \geq -6 - 2 - 6$$

$$-5a \geq -14 \quad \rightarrow \text{pazi: delimo sa (-5) pa se znak okreće}$$

$$a \leq \frac{-14}{-5}$$

$$a \leq +2\frac{4}{5}$$



U skupu R su rešenja $\quad a \in \left(-\infty, 2\frac{4}{5}\right]$

PAZI: Da nam recimo traže rešenja u skupu N (prirodni brojevi), onda bi to bili samo brojevi $\{1,2\}$

Primer 3.

Rešiti nejednačine:

a) $(x-1)\cdot(x-4)>0$
b) $(x+3)\cdot(x-5)\le 0$

Rešenje:

Kod ovog tipa nejednačina koristićemo da je:

$$A\cdot B>0 \quad \Leftrightarrow \quad (A>0, B>0) \ \text{ ili } \ (A<0, B<0)$$
$$A\cdot B<0 \quad \Leftrightarrow \quad (A>0, B<0) \ \text{ ili } \ (A<0, B>0)$$

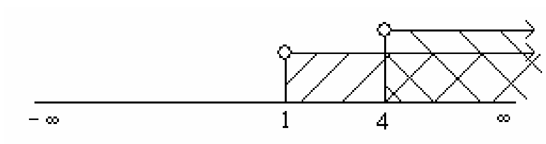
Naravno iste "šablone'' koristimo i za znakove $\ge$ i $\le$, a i za $\dfrac{A}{B}>0$ i $\dfrac{A}{B}<0$

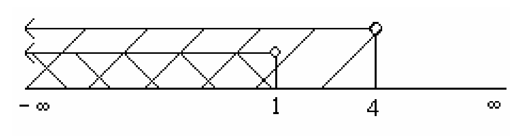
gde još vodimo računa da je $B\ne 0$**.**

a) $\underbrace{(x-1)}_{A}\cdot\underbrace{(x-4)}_{B}>0$

$(x-1>0, x-4>0)$ ili $(x-1<0, x-4<0)$
$(x>1, x>4)$ ili $(x<1, x<4)$

Sada rešenje "spakujemo'' na brojevnoj pravoj!



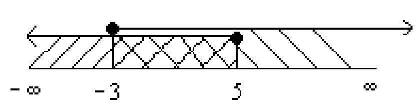


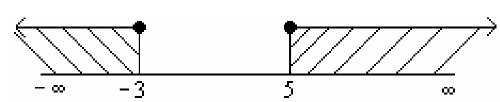
$x\in(4,\infty)$ $\qquad$ $x\in(-\infty,1)$

Rešenje je $x\in(-\infty,1)\cup(4,\infty)$

b) $\underbrace{(x+3)}_{A}\cdot\underbrace{(x-5)}_{B}\le 0$

$(x+3\ge 0, x-5\le 0)$ ili $(x+3\le 0, x-5\ge 0)$
$(x\ge -3, x\le 5)$ ili $(x\le -3, x\ge 5)$





$x\in[-3,5]$ $\qquad$ $\varnothing$ prazan skup

Dakle, konačno rešenje je $x\in[-3,5]$